લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (સ્ટાન્ડર્ડ)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 6**

વિભાગ-A

1. (D) ઘન પૂર્ણાંક **2.** (C) –1 **3.** (D) 6 **4.** (B) 2500 **5.** (A) 50° **6.** (D) 2 **7.** $p = 2$ અને $q = 5$ **8.** $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$
9. a = b **10.** 1 : 1 **11.** 15 **12.** $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ **13.** ખોટું **14.** ખોટું **15.** ખોટું **16.** ખરું **17.** ખરું **18.** 4 **19.** 1
20. 9 સેમી **21.** $\frac{12}{5}$ **22.** 6° **23.** (c) $\pi r^2 h$ **24.** (a) πd

વિભાગ-B

25. $w = 91 \times 5 = 455$

$y = w \times 3 = 455 \times 3 = 1365$

$z = y \times 3 = 1365 \times 3 = 4095$

$x = z \times 2 = 4095 \times 2 = 8190$

હવે, $x + y - z - w = 8190 + 1365 - 4095 - 455$

$= 9555 - 4550$

$= 5005$

26. $2x + 3y = 11$ ...(1)

$2x - 4y = -24$ ...(2)

સમીકરણ (1) પરથી,

$y = \frac{11 - 2x}{3}$ ...(3)

સમીકરણ (2) માં સમીકરણ (3) ની કિંમત મૂકતાં,

$2x - 4y = -24$

$\therefore 2x - 4\left(\frac{11 - 2x}{3}\right) = -24$

$\therefore 6x - 44 + 8x = -72$

$\therefore 6x + 8x = -72 + 44$

$\therefore 14x = -28$

$\therefore x = -2$

સમીકરણ (3) માં $x = -2$ મૂકતાં,

$y = \frac{11 - 2x}{3}$

$\therefore y = \frac{11 - 2(-2)}{3}$

$\therefore y = \frac{11 + 4}{3}$

$\therefore y = 5$

$\therefore$ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ : $x = -2, y = 5$

હવે, $y = mx + 3$

$\therefore 5 = m(-2) + 3$

$\therefore 5 - 3 = -2m$

$\therefore -2m = 2$

$\therefore m = -1$

27. ધારો કે, બે ક્રમિક અયુગ્મ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ પૈકી નાની સંખ્યા x છે. આથી બીજી સંખ્યા $x + 2$ થાય.

આપેલી શરત મુજબ,

$x^2 + (x + 2)^2 = 290$

$\therefore$ $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 290$

$\therefore$ $2x^2 + 4x + 4 - 290 = 0$

$\therefore$ $2x^2 + 4x - 286 = 0$

$\therefore$ $x^2 + 2x - 143 = 0$

$\therefore$ $x^2 + 13x - 11x - 143 = 0$

$\therefore$ $x(x + 13) - 11(x + 13) = 0$

$\therefore$ $(x + 13)(x - 11) = 0$

$\therefore$ $x + 13 = 0$ અથવા $x - 11 = 0$

$\therefore$ $x = -13$ અથવા $x = 11$

પરંતુ x ધન અયુગ્મ સંખ્યા આપેલી છે.

$\therefore$ $x \neq -13$

આથી, $x = 11$ અને $x + 2 = 11 + 2 = 13$

આથી, માંગેલ બે ક્રમિક ધન પૂર્ણાંક 11 અને 13 છે.

$2x^2 + kx + 3 = 0$

28. $\therefore$ $a = 2, b = k, c = 3$

આપેલા સમીકરણનાં બીજ સમાન છે.

$\therefore$ $b^2 - 4ac = 0$

$\therefore$ $k^2 - 4(2)(3) = 0$

$\therefore$ $k^2 - 24 = 0$

$\therefore$ $k^2 = 24$

$\therefore$ $k = \pm 2\sqrt{6}$

29. ત્રણ અંકની 7 વડે વિભાજ્ય સંખ્યાઓ 105, 112, 119, ..., 994 છે. જે સાન્ત સમાંતર શ્રેણી રચે છે.

$\therefore$ $a = 105, b = 112 - 105 = 7, a_n = 994$

હવે, $a_n = a + (n - 1)d$

$\therefore$ $994 = 105 + (n - 1)7$

$\therefore$ $142 = 15 + n - 1$

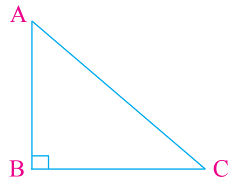
$\therefore$ $142 = 14 + n$

$\therefore$ $n = 142 - 14$

$\therefore$ $n = 128$

આથી ત્રણ અંકની 128 સંખ્યાઓ 7 વડે વિભાજ્ય હોય.

30. Δ ABC માં $\angle B = 90°$ છે.



$3\ cot\ A = 4$

$\therefore\ cot\ A = \frac{4}{3}$

$\therefore\ \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$

$\therefore\ \frac{AB}{4} = \frac{BC}{3} = k$, k = ધન વાસ્તવિક સંખ્યા

$\therefore\ AB = 4k,\ BC = 3k$

પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore\ AC^2 = (4k)^2 + (3k)^2$

$\therefore\ AC^2 = 16k^2 + 9k^2$

$\therefore\ AC^2 = 25k^2$

$\therefore\ AC = 5k$

$\therefore\ sin\ A = \frac{BC}{AC} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$,

$cos\ A = \frac{AB}{AC} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$,

$tan\ A = \frac{BC}{AB} = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$

ડા.બા. $\frac{1 - tan^2 A}{1 + tan^2 A} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{7}{25}$

જ.બા. $cos^2 A - sin^2 A = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25}$

$\therefore$ ડાબા. = જ.બા.

$\therefore\ \frac{1 - tan^2 A}{1 + tan^2 A} = cos^2 A - sin^2 A$

31. $sin(A - B) = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $cos\ (A + B) = \frac{1}{2}$

$\therefore\ sin(A - B) = sin\ 30°$ $\therefore\ cos(A + B) = cos\ 60°$

$\therefore\ A - B = 30°$ ....(1) $\therefore\ A + B = 60°$ ....(2)

પરિણામ (1) અને પરિણામ (2) નો સરવાળો કરતાં,

$(A - B) + (A + B) = 30° + 60°$

$\therefore\ A - B + A + B = 90°$

$\therefore\ 2A = 90°$

$\therefore\ A = 45°$

પરિણામ (1) માં $A = 45°$ મૂકતાં,

$A - B = 30°$

$\therefore\ B = A - 30°$

$\therefore\ B = 45° - 30°$

$\therefore\ B = 15°$

આમ, $A = 45°$ અને $B = 15°$ છે.

32. $\angle POQ + \angle PTQ = 180^\circ$

$\therefore\ 110^\circ + \angle PTQ = 180^\circ$

$\therefore\ \angle PTQ = 180^\circ - 110^\circ$

$= 70^\circ$

33. સમઘનની ધારનું માપ $= l = 5$ સેમી.

અર્ધગોલક માટે, ત્રિજ્યા $= r = \dfrac{\text{વ્યાસ}}{2} = \dfrac{4.2}{2} = 2.1$ સેમી.

શો-પીસનું કુલ પૃષ્ઠફળ

= સમઘનનું પૃષ્ઠફળ – અર્ધગોલકના વર્તુળાકાર

પાયાનું ક્ષેત્રફળ + અર્ધગોલકની વક્ર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 6l^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2$

$= 6l^2 + \pi r^2$

$= 6(5)^2 + \left(\dfrac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1\right)$

$= 150 + 13.86$

$= 163.86$ સેમી.^{2}

આથી, શો-પીસનું કુલ પૃષ્ઠફળ 163.86 સેમી.^{2} થશે.

34.

કેરીઓની સંખ્યા (વર્ગ)	ખોખાંઓની સંખ્યા (f_i)	x_i	u_i	$f_i u_i$
50–52	15	51	–2	–30
53–55	110	54	–1	–110
56–58	135	$57 = a$	0	0
59–61	115	60	1	115
62–64	25	63	2	50
કુલ	$\Sigma f_i = 400$	–	–	$25 = \Sigma f_i u_i$

મધ્યક $\bar{x} = a + \dfrac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore\ \bar{x} = 57 + \dfrac{25}{400} \times 3$

$\therefore\ \bar{x} = 57 + 0.19$

$\therefore\ \bar{x} = 57.19$

આમ, બંધ ખોખામાં મૂકેલ કેરીઓની સંખ્યાનો મધ્યક 57.19 છે.

અહીં, મધ્યક શોધવા માટે પદ-વિચલનની રીતનો ઉપયોગ કર્યો છે.

35. $\bar{x} = a + \dfrac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 30 + \dfrac{(-26)}{13}$

$= 30 - \dfrac{13 \times 2}{13}$

$= 30 - 2$

$= 28$

36. એક થેલામાં 3 લાલ અને 5 કાળા દડા છે.

$\therefore$ દડાની કુલ સંખ્યા $= 3 + 5 = 8$

$\therefore$ થેલામાંથી એક દડો યાદૃચ્છિક રીતે કાઢવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા $= 8$

(i) ધારો કે, ઘટના A : પસંદ કરેલ દડો લાલ હોય તે

અહીં, લાલ દડાની સંખ્યા 3 છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા $= 3$

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore$ $\boxed{P(A) = \frac{3}{8}}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : પસંદ કરેલ દડો લાલ ન હોય તે

અહીં, લાલ ન હોય તેવા દડા (કાળા દડા)ની સંખ્યા 5 છે.

$\therefore$ $\boxed{P(B) = \frac{5}{8}}$

37. પાસાને એકવાર ઉછાળતાં મળતા શક્ય પરિણામો 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 છે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા $= 6$

(i) ધારો કે, પાસાને એકવાર ઉછાળતાં પાસા પરનો અંક 3નો ગુણિત મળે તે ઘટનાને A કહીએ.

$\therefore$ 1 થી 6માં 3ના ગુણિતો 3 અને 6 એમ કુલ 2 પરિણામો છે.

$\therefore$ ઘટના A ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા $= 2$

$\therefore$ $P(A) = \frac{2}{6}$

$\therefore$ $\boxed{P(A) = \frac{1}{3}}$

(ii) ધારો કે, પાસાને એકવાર ઉછાળતાં પાસા પરનો અંક 2નો ગુણિત મળે તે ઘટનાને B કહીએ.

$\therefore$ અહીં, અંક 2 ફક્ત એક જ વાર મળે.

$\therefore$ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેનના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા $= 1$

$\therefore$ $\boxed{P(C) = \frac{1}{6}}$

વિભાગ-C

38. અહીં, $P(x) = kx^2 + 4x + 4$ $p(x)$ $ax^2 + bx + c$ સાથે સરખાવતાં, $a = k,\ b = 4,\ c = 4$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{k}$

$\therefore$ $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{4}{k}$

હવે, $\alpha^2 + \beta^2 = 24$

$\therefore$ $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - 2\alpha\beta = 24$

$\therefore$ $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 24$

$\therefore$ $\left(\frac{-4}{k}\right)^2 - 2\left(\frac{4}{k}\right) = 24$

$\therefore \frac{16}{k^2} - \frac{8}{k} = 24$

$\therefore 16 - 8k = 24k^2$

$\therefore 24k^2 - 8k - 16 = 0$

$\therefore 3k^2 + k - 2 = 0$

$\therefore 3k^2 + 3k - 2k - 2 = 0$

$\therefore 3k(k + 1) - 2(k + 1) = 0$

$\therefore (k + 1)(3k - 2) = 0$

$\therefore k + 1 = 0$ અથવા $3k - 2 = 0$

$\therefore k = -1$ અથવા $3k = 2$

$\therefore k = -1$ અથવા $k = \frac{2}{3}$

39. ધારો કે, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $ax^2 + bx + c$ નાં શૂન્યો α અને β છે.

$\therefore$ શૂન્યોનો સરવાળો $\alpha + \beta = \frac{1}{4}$ તથા શૂન્યોનો ગુણાકાર $\alpha\beta = \frac{1}{4} = \frac{c}{a}$

$\therefore \frac{-b}{a} = \frac{1}{4}$ $\therefore \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$

$\therefore a = 4, \ b = -1$ અને $c = -1$

આથી આપેલ શરતને અનુરૂપ એક દ્વિઘાત બહુપદી $4x^2 - x - 1$ છે. શૂન્યેતર વાસ્તવિક સંખ્યા k માટે, $k(4x^2 - x - 1)$ સ્વરૂપની કોઈ પણ બીજી દ્વિઘાત બહુપદી પણ આપેલ શરતને અનુરૂપ લઈ શકાય.

40. 3, 8, 13, ..., 253 સમાંતર શ્રેણી છે.

$\therefore a = 3, d = 8 - 3 = 5, a_n = 253$

$a_n = a + (n - 1)d$

$\therefore 253 = 3 + (n - 1)5$

$\therefore 253 - 3 = (n - 1)5$

$\therefore \frac{250}{5} = n - 1$

$\therefore n - 1 = 50$

$\therefore n = 51$

આથી $n = 51$ હોવાથી આપેલ શ્રેણીનું છેલ્લેથી 20 મું પદ એ 32 મું પદ થાય.

$\therefore a_{32} = a + 31d$

$\therefore a_{32} = 3 + 31(5)$

$\therefore a_{32} = 3 + 155$

$\therefore a_{32} = 158$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું છેલ્લેથી 20 મું પદ 158 છે.

41. $a_{12} = 37, d = 3, a =$ ______, $S_{12} =$ ______

હવે, $a_{12} = 37$

$\therefore a + 11d = 37$

$\therefore a + 11(3) = 37$

$\therefore a + 33 = 37$

$\therefore a = 37 - 33$

$\therefore a = 4$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$\therefore S_{12} = \frac{12}{2}[2(4) + (12-1)(3)]$

$\therefore S_{12} = 6[8 + 33]$

$\therefore S_{12} = 6 \times 41$

$\therefore S_{12} = 246$

42. $AP = \frac{3}{7} AB$

$\therefore \frac{AB}{AP} = \frac{7}{3}$

$\therefore \frac{AB - AP}{AP} = \frac{7-3}{3}$

$\therefore \frac{PB}{AP} = \frac{4}{3}$ $(\because A - P - B)$

$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$

$\therefore AP : PB = m_1 : m_2 = 3 : 4$

આમ, બિંદુ P (x, y) એ A $(-2, -2)$ અને B $(2, -4)$ ને જોડતા રેખાખંડનું $m_1 : m_2 = 3 : 4$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

∴ વિભાજન કરતાં બિંદુ P ના યામ

$$= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$\therefore (x, y) = \left(\frac{3(2)+4(-2)}{3+4}, \frac{3(-4)+4(-2)}{3+4}\right)$

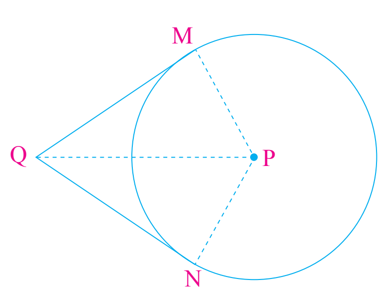
$\therefore (x, y) = \left(\frac{6-8}{7}, \frac{-12-8}{7}\right)$

$\therefore (x, y) = \left(-\frac{2}{7}, -\frac{20}{7}\right)$

આમ, બિંદુ P ના યામ $\left(-\frac{2}{7}, -\frac{20}{7}\right)$ છે.

43. **પક્ષ :** $\odot(P, r)$માં બહારના બિંદુ Qમાંથી વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકો QM અને QN છે.

સાધ્ય : QM = QN



સાબિતી : PQ, PM અને PN જોડો.

∴ ∠ PMQ અને ∠ PNQ કાટખૂણા છે. (પ્રમેય 10.1 મુજબ)

હવે, Δ PMQ અને Δ PNQમાં

$\angle$ PMQ = $\angle$ PNQ (બંને કાટખૂણા)

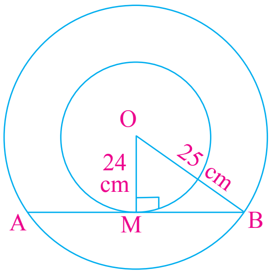
PQ = PQ (એક જ રેખાખંડ)

PM = PN (એક જ વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)

$\therefore$ Δ PMQ $\cong$ Δ PNQ (કાકબા શરત)

$\therefore$ QM = QN (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગો)

44.



P કેન્દ્રિત બે સમકેન્દ્રીય વર્તુળોમાં મોટા વર્તુળની જીવા AB નાના વર્તુળને M બિંદુઓ સ્પર્શે છે.

મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા PB = 25 સેમી

નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા PM = 24 સેમી

PM $\perp$ AB, $\therefore$ $\angle$ PMB = 90°

પાયથાગોરસના પ્રમેય મુજબ,

$\therefore PM^2 + MB^2 = PB^2$

$\therefore (24)^2 + MB^2 = (25)^2$

$\therefore 576 + MB^2 = 625$

$\therefore MB^2 = 625 - 576$

$\therefore MB^2 = 49$

$\therefore$ MB = 7 સેમી

M એ જીવા ABનું મધ્યબિંદુ હોવાથી

AB = 2MB

= 2 × 7

= 14 સેમી

$\therefore$ જીવાની લંબાઈ 14 સેમી છે.

45. અહીં વર્તુળની ત્રિજ્યા r = 15 સેમી

ખૂણાનું માપ θ = 60°

(i) નાના ભાગનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= \frac{3.14 \times 15 \times 15 \times 60}{360}$

$= \frac{314 \times 15 \times 5 \times 3 \times 6}{100 \times 6 \times 3 \times 2}$

$= \frac{157 \times 2 \times 15 \times 5}{100 \times 2}$

$= \frac{157 \times 15 \times 5}{100}$

$= \frac{11775}{100}$

= 117.75 સેમી^{2}

(ii) મોટા ભાગનું ક્ષેત્રફળ = વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ − નાના ભાગનું ક્ષેત્રફળ

$= \pi r^2 - 117.75$

$= 3.14 \times 15 \times 15 - 117.75$

$= 706.50 - 117.75$

$= 706.50 - 117.75$

$= 588.75$ સેમી^{2}

46. સરખી રીતે ચીપેલાં 52 પત્તાંની થોકડીમાંથી એક પત્તું કાઢવાના પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 52

(i) ધારો કે, ઘટના A : કાઢેલ પત્તું લાલ રંગનો રાજા હોય તે

અહીં, 52 પત્તાંમાં લાલ રંગનો રાજા હોય તેવાં 2 પત્તાં છે.

∴ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 2

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$$\therefore P(A) = \frac{2}{52}$$

$$= \frac{2 \times 1}{26 \times 2}$$

$$\therefore \boxed{P(A) = \frac{1}{26}}$$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : કાઢેલ પત્તું લાલ રંગનું મુખમુદ્રાવાળું પત્તું હોય તે

અહીં, 52 પત્તાંમાં 6 પત્તાં (2 રાજા, 2 રાણી અને 2 ગુલામ) લાલ રંગનાં મુખમુદ્રાવાળાં હોય છે.

∴ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 6

$$\therefore P(B) = \frac{6}{52}$$

$$= \frac{3 \times 2}{26 \times 2}$$

$$\therefore \boxed{P(B) = \frac{3}{26}}$$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : કાઢેલ પત્તું કાળીનું હોય તે

અહીં 52 પત્તાંમાં 13 પત્તાં કાળીનાં હોય છે.

∴ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 13

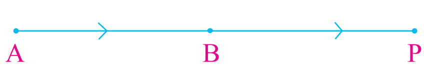
$$\therefore P(C) = \frac{13}{52}$$

$$= \frac{13 \times 1}{13 \times 4}$$

$$\therefore \boxed{P(C) = \frac{1}{4}}$$

વિભાગ-D

47. ધારો કે, સ્થાન Aથી ઉપડતી ગાડીની ઝડપ x કિમી/કલાક તથા સ્થાન B થી ઉપડતી ગાડીની ઝડપ y કિમી/કલાક છે તથા $x > y$ જો ગાડીઓ એક જ દિશામાં ચાલતી હોય, તો બંને Aથી B તરફની દિશામાં ગતિ કરતી હોય, કારણ કે Aથી ઉપડતી ગાડીની ઝડપ સ્થાન Bથી ઝડપની ગાડીની ઝડપથી વધારે છે.



અહીં, ગાડીઓ એક જ દિશામાં ચાલીને 5 કલાક બાદ P બિંદુએ મળે છે.

5 કલાકમાં A સ્થાનથી ઉપડતી ગાડીએ કાપેલું અંતર

AP = સમય × ઝડપ = $5x$ કિમી

આ જ રીતે 5 કલાકમાં B સ્થાનથી ઉપડતી ગાડીએ કાપેલું અંતર

BP = $5y$ કિમી

Liberty

હવે, AB = 100 કિમી

∴ AB – BP = 100 (∴ A – B – P)

∴ $5x - 5y = 100$

∴ $x - y = 20$ ... (1)

અહીં, ધારો કે ગાડીઓ વિરુદ્ધ દિશામાં ચાલીને 1 કલાક બાદ Q બિંદુએ મળે છે.

1 કલાકમાં A સ્થાનથી ઉપડતી ગાડીએ કાપેલું અંતર AB = x કિમી

આ જ રીતે 1 કલાકમાં B સ્થાનથી ઉપડતી ગાડીએ કાપેલું અંતર BQ = y કિમી

હવે, AB = 100 કિમી

∴ AB + BQ = 100 (∴ A – Q – B)

∴ $x + y = 100$ ... (2)

સમીકરણ (1) સમીકરણ (2) કરતાં,

$x - y = 20$

$x + y = 100$

∴ $2x = 120$

∴ $x = \frac{120}{2}$

∴ $x = 60$ કિમી/કલાક

સમીકરણ (2) પરથી,

$60 + y = 100$

∴ $y = 100 - 60$

∴ $y = 40$ કિમી/કલાક

∴ આમ, A સ્થાનથી ઉપડતી ગાડીની ઝડપ 60 કિમી/કલાક અને B સ્થાનથી ઉપડતી ગાડીની ઝડપ 40 કિમી/કલાક છે.

48. ધારો કે, જેકબની વર્તમાન ઉંમર x વર્ષ અને તેના પુત્રની વર્તમાન ઉંમર y વર્ષ છે.

તેથી પાંચ વર્ષ પછી, જેકબની ઉંમર $(x + 5)$ વર્ષ અને તેના પુત્રની ઉંમર $(y + 5)$ વર્ષ થશે.

પહેલી શરત મુજબ, $x + 5 = 3(y + 5)$

∴ $x + 5 = 3y + 15$

∴ $x - 3y = 10$ ...(1)

∴ $x = 3y + 10$ ...(2)

પાંચ વર્ષ પહેલાં, જેકબની ઉંમર $(x - 5)$ વર્ષ અને તેના પુત્રની ઉંમર $(y - 5)$ વર્ષ હશે.

બીજી શરત મુજબ, $x - 5 = 7(y - 5)$

∴ $x - 5 = 7y - 35$

∴ $x - 7y = -30$ ...(3)

સમીકરણ (3) માં સમીકરણ (2) ની કિંમત મૂકતાં,

$x - 7y = -30$

∴ $3y + 10 - 7y = -30$

∴ $3y - 7y = -30 - 10$

∴ $-4y = -40$

∴ $y = 10$

સમીકરણ (2) માં $y = 10$ મૂકતાં,

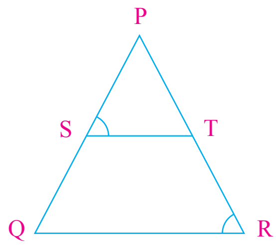
$x = 3y + 10$

∴ $x = 3(10) + 10 = 30 + 10 = 40$

∴ $x = 40$

આમ, જેકબ અને તેના પુત્રની વર્તમાન ઉંમર અનુક્રમે 40 વર્ષ અને 10 વર્ષ છે.

49.



અહીં, $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ આપેલ છે.

$\therefore$ ST $\parallel$ QR (પ્રમેય 6.1)

$\therefore$ $\angle PST = \angle PQR$ (અનુકોણો) ...(1)

અહીં, $\angle PST = \angle PRQ$ આપેલ છે. ...(2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\angle PRQ = \angle PQR$

$\therefore$ PQ = PR (સમાન ખૂણાની સામેની બાજુ)

તેથી, ΔPQR સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

50. નીચે પ્રશ્નની સાબિતીમાં આપેલ ખાલી જગ્યા પૂરો.

બિંદુ D એ ΔABCની બાજુ BC પરનું એવું બિંદુ છે કે $\angle ADC \cong \angle BAC$ તો સાબિત કરો કે, $CA^2 = CB \bullet CD$

પક્ષ : બિંદુ D એ ΔABCની બાજુ BC પરનું એવું બિંદુ છે કે જેથી $\angle ADC \cong \angle BAC$

સાધ્ય : $CA^2 = CB \cdot CD$

સાબિતી : ΔCDA અને ΔCABમાં

$\angle ADC = \angle BAC$ (પક્ષ)

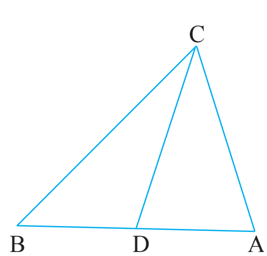
તથા $\angle ACD = \angle BCA$ (એક જ ખૂણો (સામાન્ય))

$\therefore$ ખૂખૂ શરત મુજબ, $\Delta CDA \sim \Delta CAB$

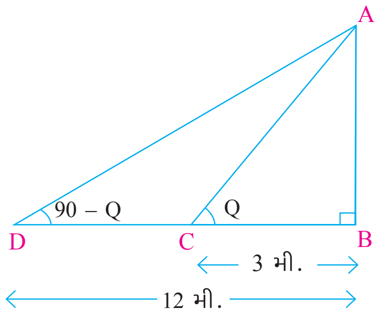
$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CA}{CB}$

$\therefore CB \bullet CD = CA \bullet CA$

$\therefore CA^2 = CB \bullet CD$



51.



ધારો કે, AB એ ટાવર છે. C અને D એ ટાવરના તળિયાથી અનુક્રમે 3મી અને 12મી દૂર આવેલ નિરીક્ષણ બિંદુ છે.

Δ ABC માં $\angle B = = 90°$

BC = 3 મી. અને BD = 12 મી.

ધારો કે, $\angle ACB = \theta$ તેથી $\angle ADB = 90 - \theta$ ($\therefore$ કોટિકોણ)

કાષ્ટકોણ, Δ ABC માં

$\therefore\ tan\ \theta = \dfrac{AB}{BC}$

$\therefore\ tan\ \theta = \dfrac{AB}{3}$ ....(1)

કાષ્ટકોણ Δ ABD માં

$\therefore\ tan\ (90 - \theta) = \dfrac{AB}{BD}$

$\therefore\ cot\ \theta = \dfrac{AB}{12}$ ....(2) $(\therefore\ tan\ (90 - \theta) = cot\ \theta)$

પરિણામ (1) અને પરિણામ (2) નો ગુણાકાર કરતાં,

$\therefore\ tan\ \theta\ .\ cot\ \theta = \dfrac{AB}{3} \times \dfrac{AB}{12}$

$\therefore\ 1 = \dfrac{AB^2}{36}$

$\therefore\ 36 = AB^2$

$\therefore$ AB = 6 મી.

$\therefore$ ટાવરની ઊંચાઈ 6 મીટર છે.

52. અર્ધગોલક — શંકુ — નળાકર

અર્ધગોલક: r = 60 સેમી.

શંકુ: r = 60 સેમી., h = 120 સેમી.

નળાકર: r = 60 સેમી., H = 180 સેમી.

સંયોજિત ઘન પદાર્થનું ઘનફળ = અર્ધગોલકનું ઘનફળ + શંકુનું ઘનફળ

$= \dfrac{2}{3}\pi r^3 + \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \dfrac{1}{3}\pi r^2(2r + h)$

$= \dfrac{1}{3} \times \dfrac{22}{7} \times 60 \times 60 \times (2 \times 60 + 120)$

$= \dfrac{22 \times 20 \times 60}{7} \times (120 + 120)$

$= \dfrac{22 \times 20 \times 60 \times 240}{7}$

$= \dfrac{6336000}{7}$ સેમી.^{3}

નળાકારમાં શરૂઆતમાં રહેલાં પાણીનું ઘનફળ

$= \pi r^2 H$

$= \dfrac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 180$

$= \dfrac{14256000}{7}$ સેમી.^{3}

હવે, નળાકારમાં બાકી રહેલાં પાણીનું ઘનફળ = નળાકારમાં શરૂઆતમાં રહેલાં પાણીનું ઘનફળ – સંયોજિત ઘન પદાર્થનું ઘનફળ

$= \frac{14256000}{7} - \frac{6336000}{7}$

$= \frac{14256000 - 6336000}{7}$

$= \frac{7920000}{7}$

= 1131428.57 સેમી.^{3}

$= \frac{1131428.57}{1000000}$ મી^{3}

= 1.131 મી^{3} (આશરે)

આમ, નળાકારમાં બાકી રહેલાં પાણીનું ઘનફળ 1.131 મી^{3} (આશરે) છે.

53. નળાકાર — અર્ધગોળાકાર

h = 1.45 મીટર = 145 સેમી. — r = 30 સેમી.

r = 30 સેમી.

પક્ષીઓ માટે પાણી પીવાના પાત્રનું કુલ પૃષ્ઠફળ = નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + અર્ધગોળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r\,(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30 \times (145 + 30)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30 \times 175$

= 33000 સેમી.^{2}

આમ, આપેલ પાત્રનું કુલ પૃષ્ઠફળ 33000 સેમી.^{2} = 3.3 મી^{2} છે.

54.

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
10 – 20	12	12
20 – 30	30	12 + 30 = 42
30 – 40	a	42 + a
40 – 50	65	42 + a + 65 = a + 107
50 – 60	b	a + b + 107
60 – 70	25	a + b + 107 + 25 = a + b + 132
70 – 80	18	a + b + 132 + 18 = a + b + 150

અહીં, કુલ આવૃત્તિ $\sum f_i = 230$ છે.

પરંતુ $\sum f_i = a + b + 150$

$\therefore\ a + b + 150 = 230$

$\therefore\ a + b + 230 - 150$

$\therefore\ a + b + 80$ ... (1)

અહીં, મધ્યસ્થ 46 આપેલ છે, જેને સમાવતો વર્ગ 40–50 છે.

તેથી મધ્યસ્થ વર્ગ 40 – 50 થાય.

Liberty

$\therefore\ l = 40,\ f = 65,\ cf = a + 42,\ h = 10,\ n = 230$

$$M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

$$\therefore\ 46 = 40 + \left(\frac{\frac{230}{2} - (a + 42)}{65}\right) \times 10$$

$$\therefore\ 46 - 40 = \left(\frac{115 - a - 42}{13}\right) \times 2$$

$$\therefore\ 6 = \left(\frac{73 - a}{13}\right) \times 2$$

$$\therefore\ \frac{6 \times 13}{2} = 73 - a$$

$$\therefore\ 39 = 73 - a$$

$$\therefore\ a = 73 - 39$$

$$\therefore\ a = 34$$

સમી.. (1) પરથી લેતા,

$\therefore\ 34 + b = 80$

$\therefore\ b = 80 - 34$

$\therefore\ b = 46$

આમ, $a = 34$ અને $b = 46$ છે.

Liberty